



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)	
Resumen de la Unidad:	En esta unidad, el estudiante explorará la secuenciación y las relaciones recurrentes para investigar razones de cambio y patrones. Clasificará y construirá sucesiones mientras desarrolla términos generales y métodos de cálculo, además de investigar el comportamiento a largo plazo de una relación de recurrencia.
Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)	
<p>PE1 ¿Cómo se desarrollan relaciones recurrentes para las situaciones de crecimiento aritmético o geométrico? CD1 Las relaciones recurrentes son ecuaciones que definen una sucesión.</p> <p>PE2 ¿Por qué son útiles los patrones? CD2 Los patrones dan orden al mundo y nos ayudan a darle sentido.</p> <p>PE3 ¿Cómo investigar razones de cambio? CD3 Las razones de cambio y los patrones se investigan usando sucesiones y relaciones recurrentes</p>	
Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)	
<p>T1. El estudiante terminará la clase con la capacidad de usar su conocimiento sobre la sucesión y las relaciones de recurrencia para comprender y solucionar problemas por medio de la aplicación del razonamiento inductivo.</p> <p><i>El estudiante adquiere destrezas para...</i></p> <p>A1. Derivar la fórmula del término general para sucesiones aritméticas o geométricas y utilizarla para hallar un término específico en la sucesión.</p> <p>A2. Reconocer que las sucesiones son funciones, algunas veces definidas recursivamente, cuyo dominio es un subconjunto de los enteros (ej. la sucesión de Fibonacci está definida recursivamente por $f(0) = f(1) = 1$, $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ para $n \geq 1$).</p> <p>A3. Investigar la razón de cambio en una sucesión y usarlo para clasificar la sucesión como aritmética, geométrica, o ninguna.</p> <p>A4. Distinguir entre situaciones que pueden ser modelados con funciones lineales y con funciones exponenciales. Demostrar que las funciones lineales crecen por diferencias iguales sobre intervalos iguales y que las funciones exponenciales crecen por factores iguales sobre intervalos iguales.</p> <p>A5. Escribe una función que describa una relación entre dos cantidades. Determina una expresión explícita, un proceso recursivo, o pasos para un cálculo a partir de un contexto.</p>	
Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)	
Estándar de Álgebra	



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

(+) ES.A.10.1	Determina la fórmula para la suma de una serie aritmética y geométrica finita (cuando la razón común no es 1) y usa la fórmula para resolver problemas (ejemplo: Calcula los pagos de una hipoteca).
Estándar de Funciones	
(+) ES.A.19.1	Investiga la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificar las sucesiones como aritmética, geométricas o ninguna.
(+) ES.A.19.2	Desarrolla el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas y desarrolla métodos para calcular la suma de los términos para una sucesión aritmética finita o sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita.
(+) ES.F.21.2	Reconoce que las sucesiones son funciones, algunas veces definidas recursivamente, cuyo dominio es un subconjunto de los enteros (ejemplo: La sucesión de Fibonacci está definida recursivamente por $f(0) = f(1) = 1$, $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ para $n \geq 1$).
ES.F.22.4	Reconoce situaciones en las que una cantidad cambia con respecto a otra cantidad a una tasa constante por intervalo unitario. Reconoce situaciones en las cuales una cantidad aumenta o disminuye con respecto a otra cantidad a una tasa porcentual constante por intervalo unitario.
ES.F.23.2	Calcula e interpreta la tasa de cambio promedio de una función (presentada simbólicamente o en una tabla) en un intervalo específico. Estima la tasa de cambio a partir de una gráfica.
ES.F.22.3	Distingue entre situaciones que pueden ser modeladas con funciones lineales y con funciones exponenciales. Demuestra que las funciones lineales aumentan por diferencias iguales en intervalos iguales y que las funciones exponenciales aumentan por factores iguales en intervalos iguales.
ES.F.25.1	Escribe una función que describa una relación entre dos cantidades. Determina una expresión explícita, un proceso recursivo o pasos para un cálculo a partir de un contexto. Utiliza operaciones aritméticas para combinar diferentes tipos de funciones (Ejemplo: Construir una función que modele la temperatura de un cuerpo que se va enfriando, y agrega una función constante a un exponente decreciente y relaciona estas funciones con el modelo).
Estándar de Análisis de Datos y Probabilidad	
ES.E.44.1	Interpreta la inclinación (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

PM2	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.

ETAPA 1 – (Resultados esperados)		ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)	
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
PRCS: (+)ES.A.10.1 (+)ES.F.21.2 ES.F.22.3 ES.F.22.4 ES.F.23.2 ES.F25.1 (+) ES.A.19.1 (+) ES.A.19.2 ES.E.44.1 PM: PM2 PM3 PM5	<ul style="list-style-type: none"> Investiga la razón de cambio y utilizarlo para clasificar sucesiones como aritmética, geométrica o ninguna. Los métodos de calcular la suma de los términos de una sucesión aritmética finita y la suma de una serie geométrica infinita. El concepto de relaciones de 	Representación Cambio Patrones, relaciones y funciones Modelos matemáticos <ul style="list-style-type: none"> Investigar la razón de cambio encontrada en sucesiones y utilizarla para clasificar las sucesiones como aritmética, 	<i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</i> Un millón de dólares <ul style="list-style-type: none"> El estudiante demostrará su comprensión de las sucesiones aritméticas y geométricas y de las series al describir varias formas de ahorrar un millón de dólares en una cuenta bancaria. (ver 	Ejemplos de preguntas para incorporar en exámenes o pruebas <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál sería una fórmula del término n de la sucesión B mostrada a continuación? $B = 10, 12, 14, 16, \dots$ <ol style="list-style-type: none"> $b_n = 8 + 2n$ $b_n = 10 + 2n$ $b_n = 10(2)^n$ $b_n = 10(2)^{n-1}$ ¿Cuál es la fórmula del término n de la sucesión 54, 18, 6, ...? 	<i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i> ¿Aritmética? ¿Y qué tal un total? <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad, los estudiantes se centrarán en sucesiones aritméticas y desarrollarán patrones para hallar el término número n, así como la suma de n términos en una sucesión aritmética (ver anejo: "AL.7 Actividad de aprendizaje – ¿Aritmética? ¿Y qué tal un total?"). ¿Dónde en el mundo? <ul style="list-style-type: none"> Después de repasar unos cuantos ejercicios en que se usen sucesiones y series para



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
PM6 PM7 PM8 PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3 T/A: T1/A1/A2/A3/A4/A5	recurrencia. <ul style="list-style-type: none"> • Cómo generar o construir sucesiones en base a modelos de patrones y de relaciones de recurrencia. 	geométrica o ninguna. <ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas y desarrollar métodos para calcular la suma de los términos para una sucesión aritmética finita y sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita. • Determinar una expresión explícita, un proceso recursivo o pasos para un cálculo a 	abajo) Planes de inversión <ul style="list-style-type: none"> • El estudiante demostrará su conocimiento de las sucesiones recursivas diseñando un plan de inversión. (ver abajo) La maravillosa campaña de mercadeo viral <ul style="list-style-type: none"> • El estudiante demostrará su comprensión de las sucesiones y las series al desarrollar una campaña de mercadeo viral. El estudiante, como consultor en mercadeo, ayudará a desarrollar modelos de a cuántas personas se puede llegar, considerando los efectos de los supuestos 	a) $a_n = 6 \left(\frac{1}{3}\right)^n$ b) $a_n = 6 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ c) $a_n = 54 \left(\frac{1}{3}\right)^n$ d) $a_n = 54 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ • ¿Cuál es el valor de: $\sum_{k=1}^3 (2 - k)^2$? a) 1 b) 3 c) 2 d) 0 (Fuente: http://www.jmap.org/JMAP_RESOURCES_BY_TOPIC.htm) Diario de matemáticas (ejemplos rápidos) <ul style="list-style-type: none"> • Crea tu propia sucesión. Provee los primeros cuatro términos y el noveno término. ¿De qué tipo de sucesión se trata? ¿Cómo lo sabes? • Compara las sucesiones aritméticas y geométricas. Da ejemplos: • ¿Cuál es el quinceavo término de la sucesión 5, -10, 20, -40, 80, ...? • El maestro de Jonathan le pidió que expresara la sumamejorar la nitidez usando notación sigma. Jonathan ha propuesto cuatro respuestas posibles. ¿Cuál de estas cuatro 	hacer modelos de procesos reales, a los estudiantes se les retará a que hagan una lluvia de ideas, en parejas o en grupos, para hacer una lista de diez ejemplos del mundo real de sucesiones y series que sean parte de su vida diaria. De esa lista, deberán escoger tres para elaborarlas, justificando que son aritméticas, usando las fórmulas que han aprendido, ilustrando los resultados de forma gráfica y considerando las limitaciones del patrón. (ver anejo: “AL.7 Actividad de aprendizaje - Dónde en el mundo”) ¿Cuál es la sucesión? <ul style="list-style-type: none"> • A los estudiantes se les dará un número y se les dirá que se trata de un término específico de una sucesión. ¿Cuál podría ser esa sucesión? ¿Es única la respuesta? Para hacerlo más difícil aún, se les dará un número y se les dirá que se trata de la suma de un cierto número de términos de una sucesión y se les harán las mismas preguntas (ver “AL.7 Actividad de aprendizaje -Cuál es la sucesión”).



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>partir de un contexto.</p> <ul style="list-style-type: none"> Desarrollar relaciones de recurrencia para situaciones de crecimiento aritmético o geométrico. Generar o construir sucesiones en base a modelos de patrones de relaciones de recurrencia, tanto en matemáticas como en otras disciplinas. Investigar el comportamiento a largo plazo una relación de recurrencia, con o sin tecnología. 	<p>y prediciendo resultados posibles en función de la precisión de estos supuestos. El estudiante deberá además explicar claramente las limitaciones de este método con el tiempo a medida que se va agotando la reserva de clientes potenciales, y cómo esto afecta la aplicabilidad del modelo. (ver abajo)</p>	<p>respuestas <i>no</i> es correcta? Explica cómo lo sabes.</p> <p>1. $\sum_{k=3}^7 \frac{k-1}{k}$ 2. $\sum_{k=1}^5 \frac{k+1}{k+2}$</p> <p>3. $\sum_{k=1}^5 \frac{k}{k+1}$ 4. $\sum_{k=2}^6 \frac{k}{k+1}$</p> <p><i>Papelito de entrada/salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Compara las sucesiones aritméticas con las series. ¿Cuál es la diferencia común de esta sucesión aritmética 5, 8, 11, 14? <p>Evalúa: $3 \sum_{x=2}^4 (x^2 - 5)$</p>	<p><i>La "familia Cuarteto"</i></p> <ul style="list-style-type: none"> La familia Cuarteto tiene una extraña tradición, comenzando por Horacio y Wilhelmina Cuarteto a principios de los 1800. Horacio y Wilhelmina tuvieron cuatro hijos y declararon que cada descendiente debía hacer lo mismo. Cada hijo, nieto, biznieto, y así sucesivamente, ha cooperado: cada uno se ha casado y ha tenido cuatro hijos. Estima cuántos descendientes tienen al día de hoy, así como el número total de personas que hay en el árbol genealógico (sin incluir cónyuges). (ver anejo: "AL.7 Actividad de aprendizaje - La familia Cuarteto") <p><i>Y al décimo día</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Provea a los estudiantes cinco escenarios de la vida diaria con sucesiones, entre ellos ejemplos de sucesiones aritméticas y geométricas. Solicita que enumeren lo que ocurriría en los primeros diez días. A continuación, haz que por cada escenario desarrollen una regla general para el término n de la sucesión. Ejemplos (a), (b), (c) y (e) son bastante sencillos, pero el



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
					<p>ejemplo (d) no lo es (ver anejo: “AL.7 Actividad de aprendizaje - Y al décimo día”). Pregúntales a los estudiantes cuáles sucesiones son similares y cuáles son diferentes. Introduce y contrasta los términos de la sucesión geométrica y la sucesión aritmética.</p> <p><i>La sucesión sin fin</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Usando una herramienta tecnológica, como la TI-83, que tiene la capacidad de realizar la misma operación repetidas veces en las respuestas sucesivas, los estudiantes investigarán lo que sucede a medida que dejamos que las sucesiones y series continúen indefinidamente. En estas circunstancias, ¿tenderán a desaparecer los términos? ¿Es posible que una serie infinita tenga una suma finita? (ver anejo: “AL.7 Actividad de aprendizaje - La sucesión de nunca acabar”) <p><i>Ni geométrico ni aritmético</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes considerarán algunos ejemplos de sucesiones que no sean ni aritméticas ni geométricas, y determinarán
Vocabulario de Contenido					
	<ul style="list-style-type: none"> Aritmético Clasificar Convergencia Divergencia Finito Geométrico Infinito 	<ul style="list-style-type: none"> Notación sigma (Σ) o Sumatoria Patrón Relaciones de recurrencia Sucesión Serie Tasa de cambio Término general 			



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
					<p>los términos subsiguientes. Intentarán escribir reglas generales para el término n. Dales a los estudiantes un pequeño conjunto de ejercicios mixtos y solicita que generen los próximos cuatro términos de cada uno. Incluye en el conjunto mixto un par de ejercicios aritméticos y geométricos, pero también incluye otros como ejercicios que impliquen combinaciones de operaciones como: 3, 6, 7, 14, 15, 30,... (multiplicar por dos, luego sumar 1); sucesiones recursivas como: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,... (sucesión Fibonacci); y otras sucesiones interesantes de los ejercicios de tu libro de texto. Solicita a los estudiantes que las dividan en sucesiones que ya hayan estudiado, y en las que no se correspondan con estas categorías.</p> <p>(Fuente: www.curriculumframer.com)</p> <p><i>¿Cuál es mi regla?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Crea una lista de sucesiones y series a partir de ejercicios y discusiones en clase y problemas de asignación. Incluye ejemplos aritméticos, geométricos recursivos y ejemplos cualesquiera que no se adecuen a



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
					<p>los otros patrones. Solicita a los estudiantes que analicen los ejemplos en parejas y grupos pequeños. Por cada ejemplo, deberán generar los próximos términos, identificar el tipo y explicar cómo llegaron a su conclusión. No se debe tan solo poner énfasis en la identificación correcta, sino también en comunicar el proceso de razonamiento que los llevó a su decisión. (Fuente: www.curriculumframer.com)</p> <p><i>Ejemplo 1 para planes de la lección: Patrones, sucesiones y series</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes recibirán instrucciones directas de sucesiones y series aritméticas. Deberán reunir sus experiencias de “Y al décimo día” y “¿Aritmética? ¿Y qué tal un total?” para determinar reglas generales para identificar sucesiones aritméticas, hallar términos específicos en la sucesión, calcular la suma de los primeros términos n y representar sumas usando notación sigma. Además, compararán y contrastarán los términos de una sucesión aritmética con una relación lineal. (ver abajo)



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
					<p><i>Ejemplo 2 para planes de la lección: Series y Secuencias Geométricas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes recibirán instrucciones directas de sucesiones y series aritméticas. Utilizarán las experiencias de “La familia Cuarteto” y la “Sucesión de nunca acabar” para motivarlos a hallar la fórmula general del término n, la suma de n términos y la suma de una serie infinita. Elaborarán pautas generales para determinar si una serie converge o no. Los estudiantes utilizarán la notación sigma cuando corresponda. (ver abajo) <p><i>Ejemplo 3 para planes de la lección: Secuencias – Definiciones Recursivas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes recibirán instrucciones directas para definir términos en una sucesión relacionándolos con términos anteriores. Una vez lo intenten con sucesiones aritméticas y geométricas, podrán utilizar esta técnica en la práctica para sucesiones que no sean ni geométricas ni aritméticas, y que se describan mejor en términos recursivos (ver abajo).



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Martin Plimmer**
 - *Más allá de la coincidencia*
- **Juan Carlos Arce**
 - *El matemático del rey*
- **Malba Tahan**
 - *The Man Who Counted: A Collection of Mathematical Adventures*
- **Jo Scieszka y Lane Smith**
 - *Math Curse*
- **McGraw Hill**
 - *Matemáticas Integradas I, II, III*
- **Raymond Barnett**
 - *Pre cálculo: Funciones y graficas*
- **Glencoe**
 - *Algebra I*
- **Juan Sánchez**
 - *Algebra*

Recursos adicionales

- http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/mat/progres.pdf
- http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones

Matemáticas

3 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

Un millón de dólares

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de las sucesiones aritméticas y geométricas y de las series al describir varias formas de ahorrar un millón de dólares en una cuenta bancaria.
 1. Indícales a los estudiantes que su objetivo será ahorrar un millón de dólares en una cuenta bancaria.
 2. Solicita a los estudiantes que respondan a las siguientes preguntas:
 - a. ¿Cómo podrías lograrlo en cinco años si tu método de ahorro fuese una sucesión geométrica? ¿Una serie geométrica? ¿Una sucesión aritmética? ¿Una serie aritmética?
 - b. Describe en lenguaje sencillo cómo cada uno de estos modelos podría funcionar como un plan de ahorros.
 - c. ¿Cuál se parece más al método que la gente realmente usaría?
 3. Utiliza la rúbrica para evaluar el trabajo de los estudiantes. (ver anejo: “Organizador - Rúbrica de tareas de desempeño”)

(Fuente: www.curriculumframer.com)

Planes de inversión

- Los estudiantes demostrarán su conocimiento de las sucesiones recursivas diseñando un plan de inversión.
- Tarea:
 1. Busca y escribe los cinco primeros términos (años) de la sucesión representando la inversión que hace un joven de 21 años de \$2,000 a un 5.5 % anual.
 2. Escribe la forma recursiva de esa sucesión.
 3. Decide de qué tipo de sucesión se trata y escribe la forma explícita de la sucesión y úsala para hallar el valor de la inversión a los 55 años de edad.
 4. Compara la cantidad a los 55 del No. 3 con la inversión a los 21 años de \$2,000 compuesta de forma continua a 5.5 % y describe el cálculo matemático que hace variar las cantidades. Muestra todo el proceso y explica en tus propias palabras lo que hiciste y por qué diste cada paso.
- Utiliza la rúbrica para evaluar el trabajo de los estudiantes. (ver anejo: “Organizador - Rúbrica de tareas de desempeño”)

(Fuente: http://www.isbe.net/ils/math/stage_J/6C_8A_8CJ.pdf)



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones

Matemáticas

3 semanas de instrucción

La maravillosa campaña de mercadeo viral

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de las sucesiones y las series al desarrollar una campaña de mercadeo viral. El estudiante, como consultor en mercadeo, ayudará a desarrollar modelos de, a cuántas personas se puede llegar, considerando los efectos de los supuestos y prediciendo resultados posibles en función de la precisión de estos supuestos. El estudiante deberá además explicar claramente las limitaciones de este método con el tiempo a medida que se va agotando la reserva de clientes potenciales, y cómo esto afecta la aplicabilidad del modelo.
 - Tarea:
 - El propietario de un parque de diversiones acaba de leer un corto artículo sobre el mercadeo viral y quiere intentarlo. Le emociona el poder detrás de la idea de "si cada persona le cuenta a dos personas, y esas personas le cuentan a dos más..." para hacer correr la voz sobre una nueva machina que van a abrir.
 - Instrucciones:
 1. Desarrolla los modelos para determinar a cuántas personas se puede llegar con una campaña de mercadeo viral.
 2. Identifica los efectos de los supuestos que hagas y predice una gama de posibles resultados en función de las opciones provistas por estos supuestos.
 3. Identifica el posible efecto que los errores en tus supuestos podrían tener en tus predicciones.
 4. Explica claramente las limitaciones de este método con el tiempo a medida que se va agotando la reserva de clientes potenciales, y cómo esto afecta la aplicabilidad del modelo.
 5. Se te evaluará en función de cuán exhaustiva sea tu lista de planes, así como tu capacidad para explicar el uso de supuestos y de comunicar las limitaciones de tus predicciones y cómo los supuestos incorrectos podrían afectarlas.
 - Utiliza la rúbrica "La maravillosa campaña de mercadeo viral" para evaluar el trabajo de los estudiantes. (ver anejo: "AL.7 Tarea de desempeño - Rúbrica de la maravillosa campaña de mercadeo viral")
- (Fuente: www.curriculumframer.com)



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones

Matemáticas

3 semanas de instrucción

Ejemplos para planes de la lección

Ejemplo 1 para planes de la lección: Patrones, sucesiones y series:

- Los estudiantes recibirán instrucciones directas de sucesiones y series aritméticas. Deberán reunir sus experiencias de “Y al décimo día” y “¿Aritmética? ¿Y qué tal un total?” para determinar reglas generales para identificar sucesiones aritméticas, hallar términos específicos en la sucesión, calcular la suma de los primeros términos n y representar sumas usando notación sigma. Además, compararán y contrastarán los términos de una sucesión aritmética con una relación lineal.
- Instrucciones:
 1. Solicita a los estudiantes que se refieran a las dos actividades anteriores y que trabajen en pares y grupos pequeños para resumir todo lo que han aprendido sobre las sucesiones aritméticas. Date la vuelta por el salón y anota las contribuciones en la pizarra. Asegúrate de que se incluyan todas las siguientes en el resumen: (a) cómo identificar una sucesión aritmética, (b) cómo hallar un término específico de una sucesión aritmética y (c) cómo hallar la suma de los primeros términos n de una sucesión aritmética.
 2. Trabaja a partir de las observaciones y representaciones de los estudiantes para producir las formas estándares de las fórmulas para hallar término específicos y sumas de sucesiones aritméticas. Usa la notación de suma para describir la suma de los primeros términos n de una sucesión.
 3. Todavía en grupos, dales a los estudiantes un ejemplo (primer término = 2, diferencias comunes = 1.5). Solicita que hallen los primeros cinco términos y creen una representación gráfica.
 4. Una vez terminen esta parte, pregúntales cuántos de ellos conectaron los puntos para formar una línea. Aunque es de naturaleza lineal, ¿cómo difiere esto de las relaciones lineales que han estudiado en el pasado? Esta es una muy buena oportunidad para discutir los números discretos y los continuos, y los tipos de datos del mundo real que se prestan para cada uno.
 5. Dales a los estudiantes la oportunidad de practicar usando fórmulas que hayan desarrollado usando ejercicios del libro.

(Fuente: www.curriculumframer.com)

Ejemplo 2 para planes de la lección: Sucesiones y series geométricas

- Los estudiantes recibirán instrucciones directas de sucesiones y series aritméticas. Utilizarán las experiencias de “La familia Cuarteto” y la “Sucesión de nunca acabar” para motivarlos a hallar la fórmula general del término n , la suma de n términos y la suma de una serie infinita. Elaborarán pautas generales para determinar si una serie converge o no. Los estudiantes utilizarán la notación sigma cuando corresponda.
- Instrucciones:
 1. Utilizar las actividades anteriores para motivarlos a que elaboren sus propias fórmulas generales. Dales un ejemplo sencillo (primer término = 5, $r = 2$). Solicita que enumeren los primeros cuatro términos y escriban todo el proceso.
 2. Utiliza ese proceso para escribir una fórmula general para el término n . Deben poder hacerlo por su cuenta con la ayuda de algunas preguntas guía, de ser necesario.
 3. Desarrolla la fórmula de la suma de una serie geométrica finita. La prueba de esto no es muy larga, pero no es razonable esperar que los estudiantes descubran la fórmula por su cuenta. Sin embargo, vale la pena tomarse el tiempo de compartirlo con ellos y asegurarse de que entiendan que se trata del resultado lógico de propiedades previamente aceptadas que ya han aprendido, y que resulta chévere ver cómo se eliminan todos los términos excepto el primero y el último.
 4. Reflexiona sobre la actividad anterior y solicita a los estudiantes que identifiquen qué tipo de serie geométrica infinita podría tener una suma finita. Un buenísimo ejemplo que los estudiantes pueden asimilar es el que implica la razón $1/2$ sobre una interpretación basada en la distancia recorrida.



Unidad Algebra II.7: Patrones y Sucesiones

Matemáticas

3 semanas de instrucción

5. Solicita a un estudiante que se pare a 10 pies de la parte de enfrente del salón y que recorra la mitad del camino hasta la pizarra; anota que recorrió 5 pies. Repite el proceso un par de veces con el voluntario, y a continuación enumera unos cuantos términos adicionales de la sucesión. A medida que sigues añadiendo a la sucesión, anota los totales de la distancia total recorrida.
6. Discute esto en términos de límites: ¿Llegará a alcanzar la pared el estudiante? ¿A qué se aproxima la cantidad recorrida, pero nunca alcanza? ¿A qué se aproxima la cantidad total recorrida, pero nunca alcanza? Una vez se haya establecido la suma de una serie geométrica finita, solicita a los estudiantes que la amolden a una serie geométrica infinita. ¿Por cuál término deben sustituir el último?
7. Esto debe llevar a una discusión de la convergencia y la divergencia, y de cuándo la suma existe y cuándo no (cuando la suma no tiene límite). Dedicar un tiempo a usar la notación de suma para rotular las sumas que vayas encontrando. Mientras que las fórmulas no utilizan esta notación, las sumas que vas encontrando pueden expresarse de esta forma.
8. Dale a los estudiantes la oportunidad de practicar usando estas fórmulas con ejercicios del libro.

(Fuente: www.curriculumframer.com)

Ejemplo 3 para planes de la lección: Sucesiones - Definiciones recursivas

- Los estudiantes recibirán instrucciones directas para definir términos en una sucesión relacionándolos con términos anteriores. Una vez lo intenten con sucesiones aritméticas y geométricas, podrán utilizar esta técnica en la práctica para sucesiones que no sean ni geométricas ni aritméticas, y que se describan mejor en términos recursivos.
- Instrucciones:
 1. Usa la actividad de aprendizaje “Ni geométrico ni aritmético” para introducir el hecho de que no todas las sucesiones son o aritméticas o geométricas, y que algunas no se prestan a descripciones matemáticas simples.
 2. Desarrolla las reglas para hallar el término n de cada una de las sucesiones, y señala aquellas en que la definición sea recursiva. Pregúntales a los estudiantes si las sucesiones geométricas se pueden definir de forma recursiva. Discute el hecho de que algunas sucesiones solo pueden describirse en términos recursivos, y que no tienen fórmulas sencillas para calcular la suma de términos n .
 3. Dale a los estudiantes la oportunidad de practicar la expresión de sucesiones con definiciones recursivas, así como generar términos de sucesiones, dada una definición recursiva. Un problema geométrico bastante conocido y que es un reto divertido conlleva cortar un bizcocho. ¿Cuál es el número máximo de trozos que puedes obtener con 4 pedazos? (Los pedazos no tienen que ser de forma o tamaño semejante.) Solicita a los estudiantes que intenten hacer este problema con un diagrama, y luego describe el total después de cortar cada pedazo con una definición recursiva. (El truco está en asegurarse de que cada pedazo se cruce con un pedazo ya cortado.) Esto resulta más difícil con un diagrama en el caso de más pedazos, pero los estudiantes pueden sacar la regla general y hallar el número de pedazos para números de pedazos mayores.

(Fuente: www.curriculumframer.com)